每周工作汇报

姓名	侯宇轩	开始日期	2018.10.21	结束日期	2018.10.27

1. 本周任务与计划

1.1 研究任务

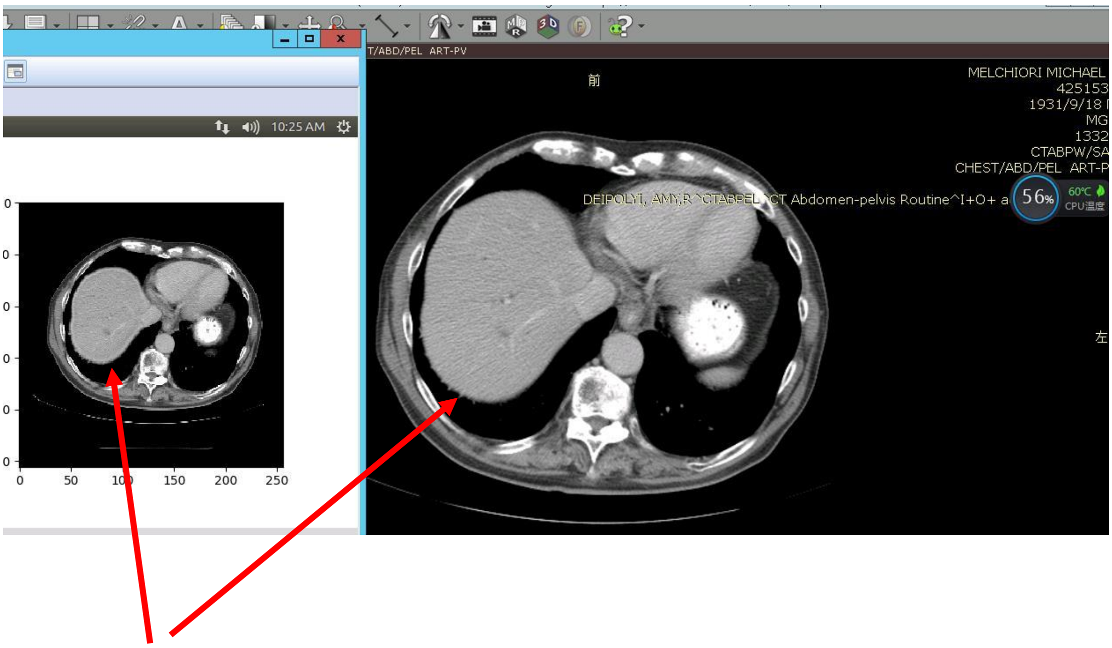
阅读蔡老师新布置的论文：PDE-Net: Learning PDEs from Data，学习其中的方法，思考如何用其对 level-set 进行改进，来应用在神经纤维瘤分割上。

对之前的深度学习肝脏配准工作进行调整。

2. 本周工作概要

2.1 当前的进展

上周发现训练用的图像出现了肝脏周围带白圈的问题。经过对重采样算法的调整（B 样条->最近邻插值），消除了白圈；同时重新生成了训练数据（共 114 个 case，90train + 8validation + 16test）。



学习情况：对 Stanley Osher 和 Ronald Fedkiw 的文章 Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces 进行了学习。这两位是 Level Set 方法的始祖。

上周蔡老师让我对型如

$$
\begin{aligned}
E(C_1, C_2, \phi) = \mu \int \delta(\phi)|\nabla\phi|\, d\vec{x} \\
+ \nu \int H(\phi)\, d\vec{x} \\
+ \lambda_1 \int |u_0(\vec{x}) - C_1|^2 H(\phi)\, d\vec{x} \\
+ \lambda_2 \int |u_0(\vec{x}) - C_2|^2 (1 - H(\phi))\, d\vec{x}.
\end{aligned} \tag{12.5}
$$

的能量函数（即，水平集法的能量函数）进行推导，改为偏微分方程形式。

其中,ϕ 为水平集函数，$\phi > 0$ 代表在曲面内部，$\phi < 0$ 代表在曲面外部。

$$
\begin{aligned}
C_1(\phi) &= \frac{\int u_0(\vec{x}) H(\phi(\vec{x}))\, d\vec{x}}{\int H(\phi(\vec{x}))\, d\vec{x}}, \\
C_2(\phi) &= \frac{\int u_0(\vec{x})(1 - H(\phi(\vec{x}))\, d\vec{x}}{\int (1 - H(\phi(\vec{x}))\, d\vec{x}}.
\end{aligned}
$$

H: one-dimensional Heaviside function

$$H(\phi) = \begin{cases} 0 & \text{if } \phi \le 0 \\ 1 & \text{if } \phi > 0 \end{cases} \quad (1.12)$$

$\phi < 0$ inside Ω^-
$\phi > 0$ outside Ω^+

δ: dirac delta function
= the directional derivative of H in normal direction

在一维上. $\delta(\phi) = H'(\phi) \rightarrow$ 处处为0 除了 $\phi = 0$ 时

$$\delta(\vec{x}) = \nabla H(\phi(x)) \cdot \vec{N} \quad (1.16)$$

$$\Downarrow$$

$$\delta(x) = H'(\phi(x))\nabla\phi(x) \cdot \frac{\nabla\phi(x)}{|\nabla\phi(x)|} = H'(\phi(x))|\nabla\phi(x)| \quad (1.17)$$

函数 f 在区域 Ω^- 上的积分: (Ω^- 代表 $\phi<0$. inside)

$$\int_\Omega f(\vec{x})\chi^-(\vec{x})d\vec{x} = \int_\Omega f(\vec{x})(1-H(\phi(\vec{x}))d\vec{x}$$

变分 level set 方程: [17>]

$$\begin{aligned} E(C_1, C_2, \phi) &= \mu\int \delta(\phi)|\nabla\phi|d\vec{x} && \Rightarrow \partial\Omega. \text{(Area)} \\ &+ \nu\int H(\phi)d\vec{x} && \Rightarrow \Omega^- \text{(Volume)} \\ &+ \lambda_1\int |u_0(\vec{x}) - C_1|^2 H(\phi)d\vec{x} && \Rightarrow \text{Diff (inside)} \\ &+ \lambda_2\int |u_0(\vec{x}) - C_2|^2(1-H(\phi))d\vec{x} && \Rightarrow \text{Diff (outside)} \end{aligned} \quad (12.5)$$

$\mu, \nu, \lambda_1, \lambda_2$ 均为负

比较: $\phi>0$ = 内 $\phi<0$ = 外 与之前不同

在查阅该文章的参考文献【Zhao et al., A Variational Level Set Approach to Multiphase Motion】后，发现可以化为如下形式：

该参考文献中对于优化问题

$$
\begin{aligned}
f(\varphi_1, ..., \varphi_n) = \int\int_D \Bigg[& \sum_{i=1}^{n} \gamma_i \delta(\varphi_i(x, y, t)) |\nabla \varphi_i(x, y, t)| \\
& + \sum_{i=1}^{n} e_i H(\varphi_i(x, y, t)) \qquad\qquad (2.10) \\
& + \frac{\lambda}{2} \left(\sum_{i=1}^{n} H(\varphi_i(x, y, t)) - 1 \right)^2 \Bigg] \, dx\, dy.
\end{aligned}
$$

求最小值时，可以通过 Gradient Projection Method【J. G. Rosen, J. SIAM 9, 514 (1961).】转化为

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = |\nabla \varphi_i| \Bigg(& \gamma_i \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \varphi_i}{|\nabla \varphi_i|} \right) - e_i \\
& - \lambda \left(\sum_{j=1}^{n} H(\varphi_j) - 1 \right) \Bigg) \quad \text{in } D \text{ for } i = 1, 2 ..., n, \qquad (2.12a)
\end{aligned}
$$

with the boundary conditions

$$
\frac{\partial \varphi_i}{\partial n} = 0 \quad \text{on } \partial D. \qquad (2.12b)
$$

那么本文中的能量函数可以转为

$$
\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_\epsilon(\phi) \left[\mu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \nu - \lambda_1 (u_0 - C_1)^2 + \lambda_2 (u_0 - C_2)^2 \right]
$$

注：

1.函数 ϕ即为水平集函数。上式是一个梯度下降的表达式，理论上可以使用迭代法，从一个初始水平集演化而来。

2.PDE-net 中的对偏微分方程的要求是，该方程是一个或若干的变量的小于某个正整数阶的微分项的线性组合。

2.2 周一交流情况

刚才的注（2）中，说明了 PDE-net 解决如下形式的方程：

$$u_t(t,x,y) = F(x,y,u,u_x,u_y,u_{xx},u_{xy},u_{yy},\ldots), \quad (1)$$

而上述微分方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_\epsilon(\phi)\left[\mu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}\right) - \nu - \lambda_1 (u_0 - C_1)^2 + \lambda_2 (u_0 - C_2)^2\right]$$

之中，有 C1、C2 并非是自变量的整数阶微分。

$$C_1(\phi) = \frac{\int u_0(\vec{x}) H(\phi(\vec{x}))\, d\vec{x}}{\int H(\phi(\vec{x}))\, d\vec{x}},$$
$$C_2(\phi) = \frac{\int u_0(\vec{x})(1 - H(\phi(\vec{x}))\, d\vec{x}}{\int (1 - H(\phi(\vec{x}))\, d\vec{x}}.$$

因此无法直接套用 PDE-net。对此，蔡老师的解答如下：

1.函数中的 C1、C2 项主要计算了图像 u0 的贡献，而其他项计算了水平集函数ϕ的贡献。因此可以将 C1、C2 项换为其他形式的正则项，只要最小化时水平集函数的取值基本相同即可。

2. PDE-NET 的主要创新点是速度提升。 原始的 level set 一般要 500 个 iters，非常慢。可以将函数项稍作修改后使用，只要能将计算速度提升即可。

3. 下周工作计划

对新数据进行训练。

阅读 PDE-net 代码，尝试读懂。

继续阅读 Level set 与微分方程知识。尝试推导水平集的微分方程。

附表：工作整理

任务类型	任务内容	截止日期	当前进度
工作	肝脏分割比赛 （浙一举办） 负责 registraion 部分	结束	对肝脏配准继续进行研究、调整。
工作	神经纤维瘤研究 （中期目标）		蔡老师提出新方法：使用偏微分方程网络 PDE-net 对 level set 进行改进。正在学习相关内容。

本周工作时长：8 小时*5+ 3 小时*2 = 46 小时。